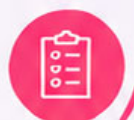


با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها



دانلود رایگان آزمون های آزمایشی
قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...



دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس



دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی
(نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی



دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی
و شب امتحانی

همه چیز
برای موفقیت
تو!

Google

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

کافیست هر فایلی که نیاز دارید
را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir



t.me/irantooshe





گام به گام ریاضی هشتم

فصل پنجم

عنوان فصل: بردار و مختصات

از صفحه ی ۷۷ تا صفحه ی ۸۸ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل بردار و مختصات آمده است. مباحث فصل: کارگاه بازی، دریچه‌ای به روبوکاپ، کاربردهایی از بردارها، بردار، رودخانه و غواص، ریاضیات تخم مرغ

تهیه شده در ایران توشه، توشه‌ای برای موفقیت

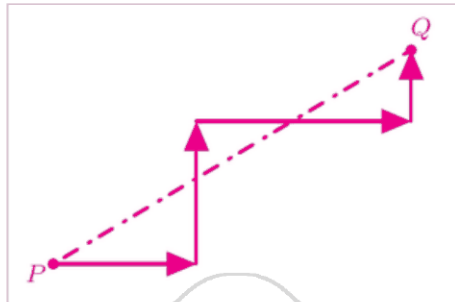
irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱	صفحه ۸۰ تمرین — دریچه‌ای به روبوکاپ — تمرین ۱	۴
۲	صفحه ۸۱ تمرین — دریچه‌ای به روبوکاپ — تمرین ۲	۵
۳	صفحه ۸۱ تمرین — دریچه‌ای به روبوکاپ — تمرین ۳	۵
۴	صفحه ۸۲ مسئله — کاربردهایی از بردارها — ۱	۷
۵	صفحه ۸۲ مسئله — کاربردهایی از بردارها — ۲	۸
۶	صفحه ۸۳ مسئله — کاربردهایی از بردارها — ۳	۹
۷	صفحه ۸۳ پروژه — کاربردهایی از بردارها — ۴ (پروژه)	۱۰
۸	صفحه ۸۵ مسئله — بردار، رودخانه و غواص — ۱	۱۱
۹	صفحه ۸۵ مسئله — بردار، رودخانه و غواص — ۲	۱۲
۱۰	صفحه ۸۷ مسئله — بردار، رودخانه و غواص — ۳	۱۳
۱۱	صفحه ۸۷ پروژه — بردار، رودخانه و غواص — ۴ (پروژه)	۱۴
۱۲	صفحه ۸۸ فعالیت — ریاضیات تخم مرغی — ۱	۱۴
۱۳	صفحه ۸۸ فعالیت — ریاضیات تخم مرغی — ۲	۱۵
۱۴	صفحه ۸۸ فعالیت — ریاضیات تخم مرغی — ۳	۱۶

۱. چرا مسیر مستقیم نشان داده شده در صفحه‌ی قبل کوتاه‌ترین مسیر ممکن است؟

شکل صفحه‌ی قبل (مسیر پله‌ای روپاد از نقطه‌ی P به نقطه‌ی Q و پاره‌خط چین مستقیم):



روپاد فقط می‌تواند روی پاره‌خط‌های افقی و عمودی حرکت کند. در شکل، همه‌ی پله‌ها به سمت راست و بالا هستند (روپاد هیچ‌جا برنمی‌گردد).

۱. همه‌ی پاره‌خط‌های افقی مسیر را کنار هم بگذاریم (انتقال دهیم)؛ مجموع طول‌های آن‌ها برابر جابه‌جایی افقی کل از P تا Q است؛ آن را a می‌نامیم. به همین ترتیب مجموع پاره‌خط‌های عمودی برابر جابه‌جایی عمودی کل است؛ آن را b می‌نامیم. پس طول مسیر پله‌ای برابر است با $a + b$.
 ۲. پاره‌خط مستقیم PQ، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که طول دو ضلع قائمه‌ی آن a و b است.
 ۳. در هر مثلث، طول هر ضلع از مجموع طول دو ضلع دیگر کوچک‌تر است؛ پس $PQ < a + b$. (با رابطه‌ی فیثاغورس هم می‌توان دید: $PQ^2 = a^2 + b^2 < a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$).
 ۴. هر مسیر شکسته‌ی دیگر نیز با تکرار همین نابرابری از پاره‌خط راست بلندتر است؛ زیرا هر بار به‌جای دو ضلع یک مثلث، ضلع سوم را بگذاریم، طول کوتاه‌تر می‌شود.
- نتیجه:** کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه، پاره‌خط راست بین آن‌هاست؛ مسیر پله‌ای از آن بلندتر است (برای روپاد فقط به دلیل حرکت در دو راستای افقی و عمودی ناچار به پیمودن مسیر بلندتر است).

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



۲. اگر روپاد در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۵ \end{bmatrix}$ باشد و دستور $(۲, -۸)(-۵, ۲)(۴, ۵)$ را اجرا کنیم، روپاد در چه نقطه‌ای متوقف می‌شود؟

طبق متن درس، هر دستور (x, y) یعنی x واحد جابه‌جایی افقی (شرق مثبت، غرب منفی) و y واحد جابه‌جایی عمودی (شمال مثبت، جنوب منفی)؛ مثلاً $(-۵, -۴)$ یعنی پنج واحد غرب و چهار واحد جنوب. پس روپاد از نقطه‌ی $(۴, -۵)$ شروع می‌کند و جابه‌جایی کل برابر مجموع بردارهای دستورهاست (ترتیب اجرای دستورها در جمع تأثیری ندارد).

دستور	مختصات افقی (x)	مختصات عمودی (y)
شروع	۴	-۵
$(-۵, ۲)$	$۴ + (-۵) = -۱$	$-۵ + ۲ = -۳$
$(۲, -۸)$	$-۱ + ۲ = ۱$	$-۳ + (-۸) = -۱۱$
$(-۳, ۹)$	$۱ + (-۳) = -۲$	$-۱۱ + ۹ = -۲$
$(۴, ۵)$	$-۲ + ۴ = ۲$	$-۲ + ۵ = ۳$

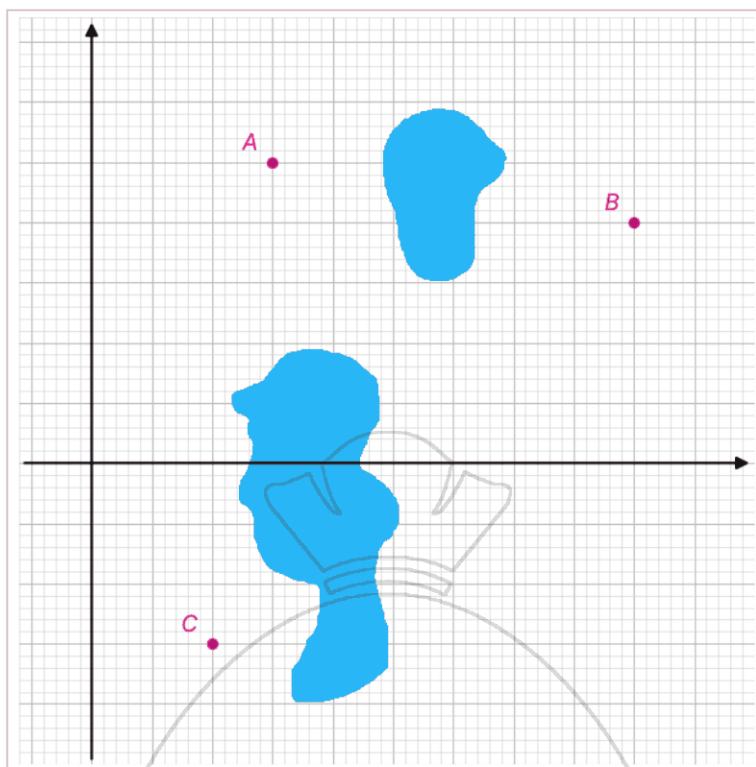
راستی‌آزمایی با جمع کل دستورها: $(-۲, ۸) = (-۵+۲-۳+۴, ۲-۸+۹+۵)$ و $(۲, ۳) = (۴, -۵) + (-۲, ۸)$.
پاسخ: روپاد در نقطه‌ی $(۲, ۳)$ متوقف می‌شود.

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir
توشه ای برای موفقیت



۳. اگر پهناي روپاد ۲۰ سانتی‌متر باشد و هر یک از دو دستور $(۱, ۰)$ و $(۰, ۱)$ بتوانند روپاد را تنها یک میلی‌متر حرکت دهند، بر روی شکل مسیری پیشنهاد دهید که مرکز روپاد را که در ابتدا روی مبدأ مختصات است،

به ترتیب به نقاط A، B و C برسند. توجه کنید که روپاد نمی‌تواند به ناحیه‌های تیره‌رنگ درون شکل وارد شود. هر ضلع مربع‌های کوچک صفحه‌ی شطرنجی زیر، ۱۰ سانتی‌متر است.



مختصات نقطه‌ها (واحد: ضلع یک مربع کوچک = ۱۰ سانتی‌متر): از روی شکل $A = (15, 25)$ ، $B = (45, 20)$ و $C = (10, -15)$.

شرط حرکت: پهنای روپاد ۲۰ سانتی‌متر یعنی نیم‌پهنای آن ۱۰ سانتی‌متر = یک مربع کوچک. بنابراین مرکز روپاد باید دست‌کم یک مربع کوچک (۱۰ سانتی‌متر) از ناحیه‌های تیره فاصله داشته باشد تا بدنه‌ی روپاد به آن‌ها نخورد. دستورهای $(1, 0)$ و $(0, 1)$ و قرینه‌های آن‌ها $(-1, 0)$ و $(0, -1)$ ؛ همان‌طور که در درس دستورهای با مؤلفه‌ی منفی داریم) روپاد را فقط در راستای افقی یا عمودی جابه‌جا می‌کنند، پس مسیر را از پاره‌خط‌های افقی و عمودی می‌سازیم.

توشه‌ای برای موفقیت

مسیر پیشنهادی (هر دستور بر حسب واحد ۱۰ سانتی‌متر):

۱. از مبدأ تا A: $(0, 25)$ و سپس $(15, 0) \leftarrow$ به $A = (15, 25)$ می‌رسد.
۲. از A تا B: از بالای ناحیه‌ی تیره‌ی بالایی می‌گذریم: $(0, 8)$ ، $(30, 0)$ و $(0, -13) \leftarrow$ به $(15, 33)$ ، سپس $(45, 33)$ و بعد $B = (45, 20)$ می‌رسد.
۳. از B تا C: از پایین ناحیه‌ی تیره‌ی پایینی می‌گذریم: $(0, -42)$ ، $(-35, 0)$ و $(0, 7) \leftarrow$ به $(45, -22)$ ، سپس $(10, -22)$ و بعد $C = (10, -15)$ می‌رسد.

تاب با وزن دریا (W ، بردار رو به پایین) در حال تعادل است؛ پس برابری نیروهای دو طناب باید با وزن برابر و در خلاف جهت آن (رو به بالا) باشد. هر طناب با راستای قائم زاویه‌ی θ می‌سازد و بردار نیروی کشش آن T در راستای طناب است.

1. مؤلفه‌های افقی دو کشش یکدیگر را خنثی می‌کنند و مجموع مؤلفه‌های قائم باید برابر وزن شود:

$$2T \cos \theta = W$$

2. پس کشش هر طناب برابر است با $T = \frac{W}{2\cos \theta}$.

3. هرچه زاویه‌ی θ بزرگ‌تر شود، $\cos \theta$ کوچک‌تر و در نتیجه کشش T بزرگ‌تر می‌شود؛ برای نمونه با $\theta = 0^\circ$ درجه داریم $T = W/2$ ، با $\theta = 30^\circ$ درجه داریم $T \approx 0.58W$ ، با $\theta = 60^\circ$ درجه داریم $T = W$ و با نزدیک شدن θ به 90° درجه کشش بی‌نهایت بزرگ می‌شود.

در حالت اول (سمت چپ) دو طناب از دو نقطه‌ی دور از هم آویزان شده و کاملاً باز و کج اند (زاویه‌ی θ بزرگ)، اما در حالت دوم (سمت راست) طناب‌ها تقریباً قائم و به هم نزدیک‌اند (θ کوچک). بنابراین در حالت دوم کشش هر طناب (و نیرویی که شاخه تحمل می‌کند) کمتر و به $W/2$ نزدیک‌تر است.

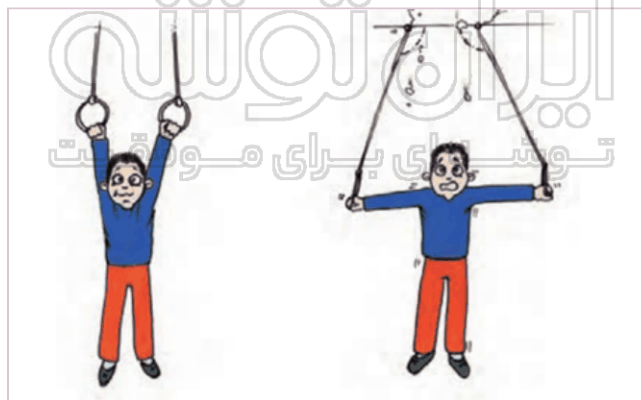
پاسخ: حالت دوم (طناب‌های تقریباً قائم) ایمن‌تر است.

مسئله

صفحه ۸۲

۵

۲. در یکی از مسابقات دارحلقه‌ی ژیمناستیک از طناب غیر استاندارد استفاده شده بود. در زمان مسابقه، نوجوانی مطابق شکل سمت چپ از دارحلقه آویزان شده، اما با باز کردن دست‌هایش طناب دارحلقه پاره شد و ورزشکار از ادامه‌ی مسابقه بازماند. علت فنی پاره شدن طناب را توضیح دهید.



وزن ورزشکار W را دو طناب نگه می‌دارند؛ هر طناب با راستای قائم زاویه‌ی θ می‌سازد و کشش آن T در راستای طناب است.

1. مؤلفه‌های افقی دو کشش یکدیگر را خنثی می‌کنند و مجموع مؤلفه‌های قائم برابر وزن است:

$$2T \cos \theta = W \text{، یعنی } T = \frac{W}{2\cos \theta}$$

2. وقتی ورزشکار آویزان است و دست‌ها بالاست، طناب‌ها تقریباً قائم‌اند ($\theta \approx 0^\circ$)؛ پس $T \approx W/2$ است.

3. وقتی دست‌ها را باز می‌کند، طناب‌ها خیلی کج می‌شوند و θ به 90° درجه نزدیک می‌شود، پس $\cos \theta$ بسیار کوچک و T خیلی بزرگ می‌شود (مثلاً با $\theta = 80^\circ$ درجه داریم $T \approx 2.9W$ و با $\theta = 85^\circ$ درجه داریم $T \approx 5.7W$).

پاسخ: با باز کردن دست‌ها زاویه‌ی طناب‌ها با راستای قائم بزرگ شد و کشش هر طناب چندین برابر وزن ورزشکار شد؛ طناب غیر استاندارد (ضعیف) تاب این کشش را نیاورد و پاره شد.

مسئله

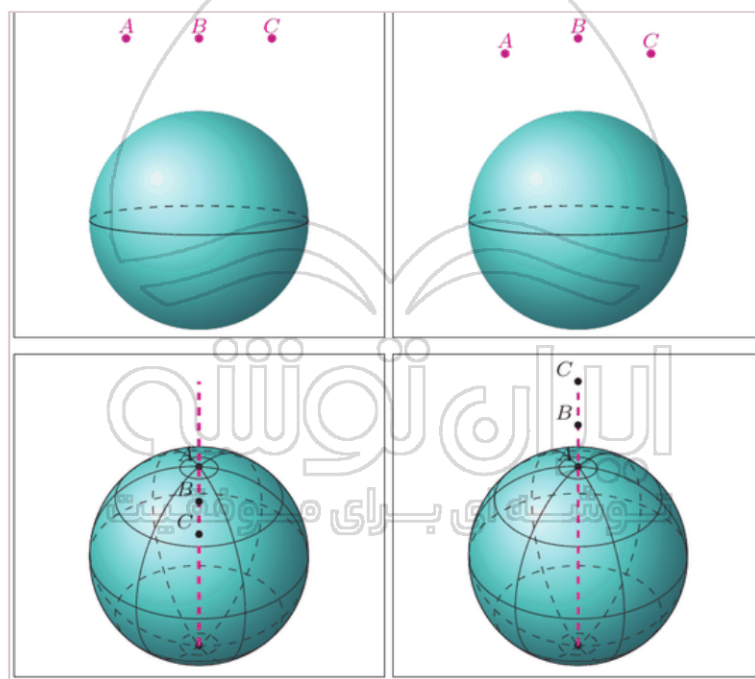
صفحه ۸۳

۶

۳. الف) با جستجوی اینترنتی توصیفی از قانون جاذبه در علم نیوتن را بخوانید.

ب) با جستجوی اینترنتی معنی وزن اجسام را بخوانید.

ج) اگر کره‌های زیر، بیانگر کره‌ی زمین باشند، در هر یک از حالت‌های زیر تعیین کنید وزن یک جسم مشخص به ترتیب در کدام یک از نقاط A، B یا C بیشتر است؟ چرا؟



الف) طبق قانون جاذبه‌ی عمومی نیوتن، هر دو جسم یکدیگر را با نیرویی می‌ربایند که در راستای خط واصل مرکز دو جسم است؛ اندازه‌ی این نیرو با حاصل‌ضرب جرم‌های دو جسم متناسب و با مجذور فاصله‌ی مرکزهای آن‌ها وارونه‌ی نسبت دارد: $F = G m_1 m_2 / r^2$.

ب) وزن یک جسم، نیروی جاذبه‌ای است که زمین (یا سیاره‌ی دیگر) بر آن وارد می‌کند؛ بردار وزن به سمت مرکز زمین است و با نیوتن اندازه‌گیری می‌شود ($W = m g$). وزن با جرم (مقدار ماده‌ی جسم، بر حسب کیلوگرم، که با تغییر مکان عوض نمی‌شود) فرق دارد.

ج) وزن جسم همان نیروی جاذبه‌ی زمین بر آن است؛ پس بیرون از زمین هرچه جسم به مرکز زمین نزدیک‌تر باشد، وزنش بیشتر است (r^2 کوچک‌تر یعنی F بزرگ‌تر). برای فاصله‌ها، فاصله‌ی هر نقطه تا مرکز کره را از روی شکل اندازه می‌گیریم. چهار شکل را با موقعیتشان در صفحه نام می‌بریم:

1. **شکل بالا-راست:** سه نقطه‌ی A ، B و C روی یک دایره به مرکز مرکز کره‌اند (اندازه‌گیری روی شکل: هر سه فاصله ≈ 217 واحد از مرکز، با اختلاف کمتر از یک درصد). فاصله‌ها برابرند، پس وزن جسم در سه نقطه برابر است.
2. **شکل بالا-چپ:** B درست بالای مرکز کره است و فاصله‌اش از A و C کمتر است (فاصله‌ی $B \approx 217$ و A یا $C \approx 234$ واحد). پس وزن در B بیشترین است (و در A و C با هم برابر و کمتر).
3. **شکل پایین-راست:** هر سه نقطه روی یک خط گذرنده از مرکز و بیرون یا روی سطح‌اند؛ A روی سطح و نزدیک‌ترین است، سپس B و بعد C . پس وزن در A بیشترین است ($A > B > C$).
4. **شکل پایین-چپ:** A روی سطح و B و C داخل زمین‌اند. فرض می‌کنیم زمین کره‌ای یکنواخت (همگن) باشد. برای نقطه‌ای داخل زمین، لایه‌ی کروی بیرونی‌ای که نقطه درون آن است از همه‌ی جهت‌ها جسم را می‌کشد و بردارهای این کشش‌ها یکدیگر را خنثی می‌کنند؛ فقط کره‌ی کوچک‌تری که تا نقطه‌ی مورد نظر می‌رسد اثر دارد. این کره‌ی کوچک‌تر (به شعاع r) جرمی متناسب با r^3 دارد و فاصله‌ی نقطه از مرکز آن r است؛ پس نیرو متناسب با $r^3/r^2 = r$ است. یعنی هرچه به مرکز نزدیک‌تر شویم وزن کمتر می‌شود (در مرکز صفر است). پس وزن در A (روی سطح) بیشترین است و بعد B و سپس C ($A > B > C$).

در حالت پایین-چپ از مدل «زمین کره‌ی همگن» استفاده شده که مدل ساده‌ی درسی است.

پروژه

صفحه ۸۳

۷

۴. پروژه. صدها سال پیش، اگر یک کشتی بادبانی می‌خواست به سمت ساحل حرکت کند، حتی اگر باد در جهت مخالف مسیر کشتی می‌وزید، باز هم ناخدای کشتی طوری آن را هدایت می‌کرد که کشتی به ساحل برسد! این نوع کشتی‌ها فقط در صورتی نمی‌توانستند حرکت کنند که باد نوزد! حرکت کشتی‌های بادبانی را با استفاده از مفاهیم بردارها توجیه کنید.

1. نیروی باد بر بادبان بردار F است و تقریباً بر سطح بادبان عمود است (نه الزاماً در جهت وزش باد).
2. بدنه‌ی کشتی (به‌ویژه تیغه‌ی زیر آب، کیل) مقاومت زیادی در برابر حرکت عمود بر محور کشتی دارد و در راستای محور کشتی به راحتی حرکت می‌کند. پس F را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم: مؤلفه‌ی $F \parallel$ در راستای محور کشتی و مؤلفه‌ی $F \perp$ عمود بر آن. $F \perp$ را آب خنثی می‌کند و فقط $F \parallel$ کشتی را به جلو می‌راند.

3. ناخدا با چرخاندن بادبان و جهت کشتی طوری F را می‌سازد که $F \parallel$ رو به جلو باشد، حتی اگر باد از جلو (رو به روی کشتی) بوزد. مثال: باد به سمت جنوب می‌وزد: $w = (0, -1)$ ، کشتی به سمت شمال شرقی $h = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ (زاویه‌ی ۴۵ درجه با خلاف جهت باد) می‌رود و بادبان در امتداد ۲۵ درجه از راستای شمال قرار دارد؛ آنگاه (در مدل ساده‌ی صفحه‌ی تخت) $F \parallel \approx 0.14 |w|$ رو به جلو و $F \perp \approx 0.40 |w|$ جانبی (خنثی‌شونده) است.

4. اما مستقیم در خلاف جهت باد نمی‌توان رفت. پس ناخدا مسیر را زیگزاگی می‌کند: یک بار با زاویه‌ی ۴۵ درجه به سمت راست خلاف جهت باد و بار دیگر ۴۵ درجه به سمت چپ. اگر هر قطعه به طول L باشد، بردارهای جابه‌جایی $(L\sqrt{2}/2, L\sqrt{2}/2)$ و $(L\sqrt{2}/2, -L\sqrt{2}/2)$ هستند و مجموعشان $(0, \sqrt{2}L)$ است؛ مؤلفه‌های جانبی یکدیگر را حذف می‌کنند و برآیند، درست در خلاف جهت باد است.

نتیجه: با تجزیه‌ی نیروی باد به دو مؤلفه و جمع بردارهای جابه‌جایی در مسیر زیگزاگی، کشتی بادبانی می‌تواند حتی در خلاف جهت باد پیشروی کند؛ فقط اگر باد نوزد، نیرویی نیست که تجزیه شود.

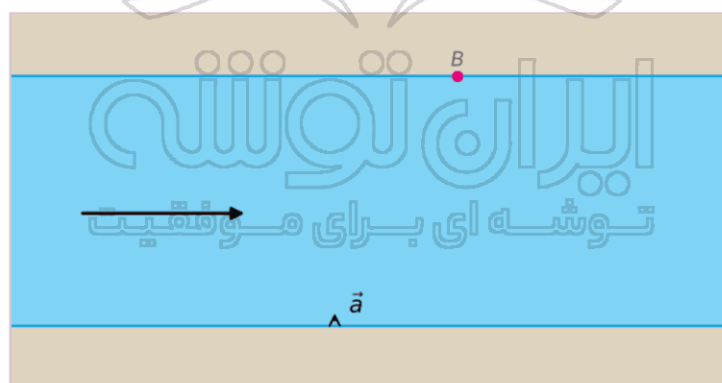
مسئله

صفحه ۸۵

۸

۱. در این حالت تعیین کنید که برای رسیدن به نقطه‌ی B غواص باید از کدام نقطه‌ی کناره‌ی مقابل رودخانه شروع به شنا کند؟

(مسئله: غواص با نیروی ثابت بردار a عرض رودخانه را شنا می‌کند؛ آب رودخانه مثل نیرویی به نام بردار b (افقی، رو به راست) به او وارد می‌شود. کناره‌ی بالا در دست نیروهای دشمن و کناره‌ی پایین در دست نیروهای خودی است.)



غواص همزمان از دو اثر جابه‌جا می‌شود: شنای خودش (بردار a ، عمود بر کناره‌ها) و جریان آب (بردار b ، موازی کناره‌ها). در هر لحظه جابه‌جایی او مجموع $a + b$ است و چون هر دو ثابت‌اند، مسیر او پاره‌خطی راست در راستای $a + b$ است.

1. عرض رودخانه را w بگیریم. غواص در زمان $t = w / |a|$ به کناره‌ی مقابل می‌رسد (در راستای عمودی فقط a او را جلو می‌برد).

2. در همین مدت جریان آب او را به اندازه‌ی $|b| \cdot t$ در راستای b (به راست) می‌برد: $\frac{|b|}{|a|} \times w$.

3. پس غواص باید از نقطه‌ای شروع کند که به اندازه‌ی d سمت چپ پای عمودی نقطه‌ی B روی کناره‌ی پایین قرار دارد (جهت b رو به راست است، پس نقطه‌ی شروع در سمت مخالف b است).

4. روش رسم: a و b را از یک نقطه رسم و بردار $a + b$ را می‌سازیم؛ از B خطی موازی $a + b$ رسم می‌کنیم؛ نقطه‌ای که این خط کناره‌ی پایین را قطع می‌کند، نقطه‌ی شروع است.

پاسخ: غواص باید روی کناره‌ی خودی، در سمت چپ نقطه‌ای که درست روبه‌روی B است و به اندازه‌ی $d = \frac{|b|}{|a|} \times w$ از آن فاصله دارد، شروع کند. (در شکل کتاب اندازه‌ی $|a|$ داده نشده؛ بنابراین مقدار عددی d به آن بستگی دارد، اما رابطه و سمت آن دقیق است؛ هرچه a کوچک‌تر یا b بزرگ‌تر باشد، d بیشتر است.)

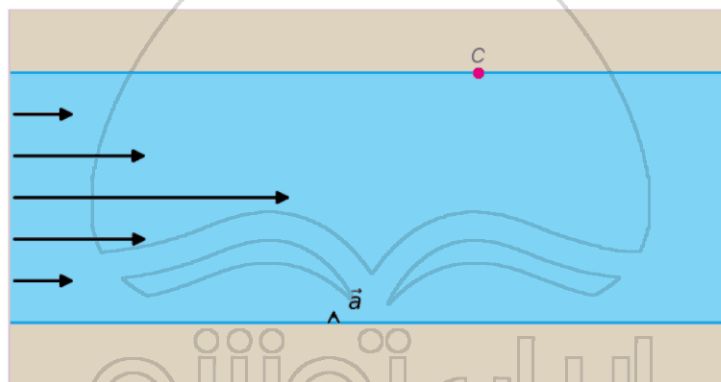
مسئله

صفحه ۸۵

۹

۲. در این حالت برای رسیدن به نقطه‌ی C ، غواص شنای خود را باید از کدام نقطه آغاز کند؟

(جریان آب در امتداد عرض رودخانه تغییر می‌کند و نزدیک وسط بیشتر است؛ بردارهای نیروی وارد بر غواص در پنج ردیف به صورت زیر است. طول بردارها در شکل از بالا به پایین به نسبت $۱:۲:۴:۲:۱$ است.)



جابه‌جایی غواص باز هم از مجموع شنای او (بردار a ، عمودی) و جریان آب به دست می‌آید، اما اکنون جریان در هر فاصله از کناره فرق می‌کند؛ پس مسیر او خمیده است.

1. عرض رودخانه را به نوارهای باریک هم عرض تقسیم می‌کنیم؛ عرض هر نوار را Δy می‌نامیم. در هر نوار، غواص در راستای عمودی به اندازه‌ی Δy جلو می‌رود، پس زمان ماندنش در آن نوار $\frac{\Delta y}{|a|}$ است.
2. در آن نوار، جریان آب (با بردار b مربوط به همان نوار) او را به اندازه‌ی $\frac{|b| \Delta y}{|a|}$ به راست می‌برد.
3. جابه‌جایی افقی کل برابر مجموع این مقادارها برای همه‌ی نوارهاست: $d = \frac{|b_1| \Delta y + |b_2| \Delta y + \dots}{|a|}$.

پاسخ: غواص باید روی کناره‌ی خودی، در سمت چپ نقطه‌ای که درست روبه‌روی C است، شروع کند و فاصله‌ی شروع تا آن نقطه برابر همین مجموع d است (جریان همه‌جا رو به راست است). چون سرعت جریان در همه‌جا از بیشترین مقدار آن کمتر یا مساوی و از کمترین مقدارش بیشتر یا مساوی است، d بین «کمترین مقدار جریان $\times$ (عرض رودخانه $\div$ طول a)» و «بیشترین مقدار جریان $\times$ (عرض رودخانه $\div$ طول a)» است. (مقدار عددی به طول بردار a بستگی دارد که در شکل داده نشده است).

مسئله

صفحه ۸۷

۱۰

۳. اکنون برای رسیدن به نقطه‌ی C، غواص باید چه مکانی را برای شروع شنا انتخاب کند؟

(توضیح درس: در دنیای واقعی، قدرت بدنی غواص در طول مسیر رفته‌رفته کم می‌شود. بنابراین می‌توان فرض کرد مثلاً نمودار مقدار سرعت غواص بر حسب زمان به‌صورت روبه‌رو است.)



سرعت غواص (مقدار $|a|$) در طول شنا کم می‌شود؛ یعنی سرعت او در هر لحظه از سرعت اولیه‌اش کمتر است.

۱. در هر نوار از عرض رودخانه، زمان ماندن غواص برابر عرض نوار تقسیم بر سرعت عمودی او در آن نوار است؛ چون سرعت کمتر شده، این زمان بیشتر از مسئله‌ی قبل است.
۲. جابه‌جایی افقی در هر نوار برابر (سرعت جریان در آن نوار) $\times$ (زمان ماندن) است؛ پس هر جمله از مجموع بزرگ‌تر از جمله‌ی متناظر در مسئله‌ی قبل می‌شود.

پاسخ: غواص باید شنا را از نقطه‌ای شروع کند که از مسئله‌ی قبل هم بیشتر به سمت چپ (دورتر از نقطه‌ی روبه‌روی C) باشد؛ چون زمان ماندن در آب بیشتر است و جریان او را بیشتر به راست می‌برد.

۴. پروژه. با مقایسه‌ی جواب چهار مسئله‌ی اخیر مشاهده می‌کنید که چقدر استفاده از داده‌های دنیای واقعی می‌تواند خطرناک باشد. به نظر شما چطور می‌توان این مسئله را در دنیای واقعی بهتر مدل کرد؟

با تغییر فرض‌ها (جریان یکنواخت، جریان متغیر، سرعت ثابت، سرعت کاهنده) محل شروع تغییر می‌کند؛ پس اگر فرض‌ها با واقعیت نخواند، غواص به نقطه‌ی هدف نمی‌رسد و در جنگ جان او به خطر می‌افتد. برای مدل بهتر:

- سرعت جریان را در نقطه‌های بیشتر و در زمان‌های مختلف اندازه بگیریم (جریان به عمق، فاصله از ساحل و طول رودخانه و زمان بستگی دارد)، نه اینکه فقط چند بردار را فرض کنیم.
- سرعت و توان واقعی غواص را (با آزمایش) اندازه بگیریم و کاهش آن را با زمان در مدل بیاوریم.
- مسیر را به گام‌های کوتاه تقسیم کنیم و در هر گام بردار برآیند (شنا + جریان) را به‌روز کنیم و جمع بزنیم.
- غواص جهت شنا را در طول مسیر با نشانه‌ها و قطب‌نما اصلاح کند (به‌جای یک مسیر ثابت از قبل محاسبه‌شده) و حاشیه‌ی اطمینان در نظر بگیریم.

۱. با کمک خط‌کش مدرج ضخامت پوسته‌ی تخم‌مرغ را در سر، ته و کناره‌ها اندازه بگیرید. آیا ضخامت پوسته‌ی تخم‌مرغ در سه قسمت به‌دست آمده متفاوت است؟

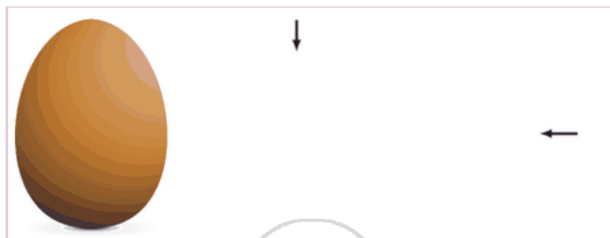
پوسته‌ی تخم‌مرغ بسیار نازک (در حد حدود 0.3 تا 0.4 میلی‌متر) است و خط‌کش مدرج تا 1 میلی‌متر دقت دارد؛ بنابراین در هر سه قسمت (سر، ته و کناره‌ها) عدد یکسانی به‌دست می‌آید و تفاوتی مشاهده نمی‌شود.

پاسخ: خیر؛ ضخامت پوسته در سه قسمت عملاً یکسان است؛ پس دلیل دشوارتر شکستن تخم‌مرغ از سر و ته، تفاوت ضخامت نیست، بلکه به شکل پوسته و راستای نیرو مربوط است (که در دو پرسش بعد با بردارها بررسی می‌شود).

این پاسخ نتیجه‌ی معمول آزمایش است؛ با ابزار دقیق‌تر از خط‌کش تفاوت‌های خیلی کوچکی ممکن است دیده شود.

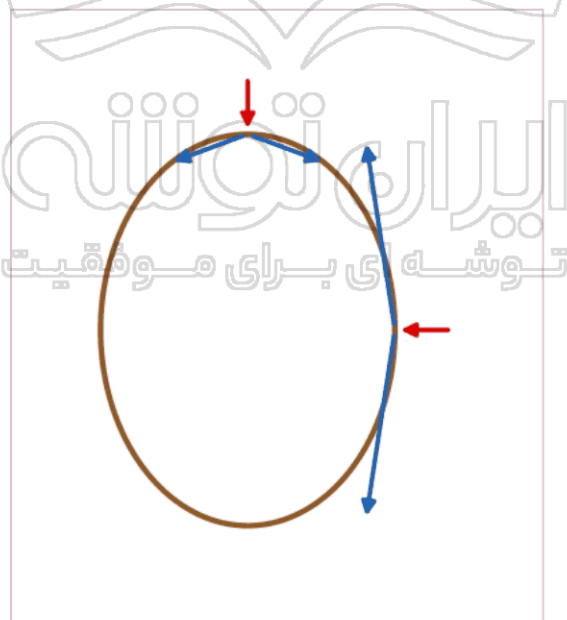
۲. در شکل‌های زیر، راستای تقریبی تجزیه‌ی بردار نیروی وارد بر کناره، سر و ته پوسته‌ی تخم‌مرغ را رسم کنید.

(فرض: پوسته از قطعه‌های ریز به هم چسبیده ساخته شده؛ هر قطعه می‌تواند بخشی از نیروی وارد شده به خود را به قطعه‌های کناری‌اش منتقل کند.)



هر قطعه نیرو را در راستای قطعه‌های کناری‌اش (یعنی تقریباً در راستای مماس بر پوسته) منتقل می‌کند؛ پس نیروی F را در دو راستای مماس بر پوسته، در دو طرف نقطه‌ی اثر، تجزیه می‌کنیم:

- **سر (و همین‌طور ته):** F در راستای محور تخم‌مرغ به نوک پوسته وارد می‌شود. دو مؤلفه، در راستای مماس‌های پوسته به دو طرف نوک، رو به پایین (برای ته: رو به بالا) و به سمت بیرون رسم می‌شود (مانند طاق).
- **کناره:** F عمود بر پوسته و رو به مرکز وارد می‌شود. دو مؤلفه، در راستای مماس‌های پوسته، یکی رو به بالا و دیگری رو به پایین رسم می‌شود؛ این راستاها با راستای عمود بر F زاویه‌ی خیلی کوچکی دارند.



(قرمز: نیروی F ؛ آبی: مؤلفه‌ها.) اگر قطعه‌ای به پهنای ۱۲ میلی‌متر بگیریم و تخم‌مرغ را بیضی‌ای به طول ۶ و عرض ۴٫۵ سانتی‌متر فرض کنیم، زاویه‌ی δ بین راستای هر مؤلفه و راستای عمود بر F در سر حدود ۲۰ درجه و در کناره حدود ۹ درجه است. از $F = 2T \sin \delta$ داریم $T = \frac{F}{2\sin \delta}$ ؛ یعنی هر مؤلفه در سر حدود $F/۱٫۴۴$ و در کناره حدود $F/۳٫۳۰$ می‌شود.

فعالیت

صفحه ۸۸

۱۴

۳. در شکل بالا، با تجزیه‌ی بردارهای نیرو، توضیح دهید که چرا تخم‌مرغ از کناره‌ها راحت‌تر می‌شکند.

۱. نیرویی که از بیرون بر یک قطعه وارد می‌شود (بردار F) باید به وسیله‌ی مؤلفه‌هایی در راستای پوسته به قطعه‌های کناری منتقل شود؛ برای تعادل $F = 2T \sin \delta$ یعنی $T = \frac{F}{2\sin \delta}$ ، که δ زاویه‌ی مؤلفه‌ها با راستای عمود بر F است.
 ۲. پوسته در سر و ته خمیدگی بیشتری دارد (شبییه طاق)؛ پس راستای قطعه‌های کناری با راستای عمود بر F زاویه‌ی بزرگ‌تری می‌سازد و T کوچک‌تر می‌ماند (در مدل بالا $F \approx ۱٫۴۴$).
 ۳. در کناره‌ها پوسته تخت‌تر است؛ δ کوچک است و T خیلی بزرگ می‌شود (در مدل بالا $F \approx ۳٫۳۰$ ، بیش از دو برابر سر و ته). یعنی همان نیرو در کناره، فشار (نیروی داخلی) بیشتری در پوسته ایجاد می‌کند.
- پاسخ:** چون در کناره‌ها مؤلفه‌های تجزیه‌ی نیرو در پوسته بزرگ‌تر می‌شوند، پوسته زودتر از حد تحمل خود می‌گذرد و می‌شکند؛ ولی در سر و ته، شکل طاق‌مانند، نیرو را به مؤلفه‌های کوچک‌تر تجزیه و در پوسته پخش می‌کند.

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت